or $BK^2 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4}$

d'où $\mathcal{A} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

3°/ Le volume V du tétraèdre ABIG est

$$V = \frac{1}{6}\left\|(\overrightarrow{IG} \wedge \overrightarrow{IA}).\overrightarrow{IB}\right\|$$

$$\overrightarrow{IG} \wedge \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BK}$$

$$V = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{BK}.\overrightarrow{IB}\right|$$

Or $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

D'où $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{IB} = \frac{-1}{2} - \frac{1}{2} = -1$

$$\boxed{V = \frac{1}{6}}$$

4°/ La distance du point B au plan AIG est la hauteur h du tétraèdre ABIG associe à la base IGA

$$V = \frac{1}{3}h \times \mathcal{A} \quad \text{d'où } h = \frac{3V}{\mathcal{A}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{4}} = \frac{1}{2}\frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\boxed{h = \frac{\sqrt{6}}{3}}$$

Solution 11 :

1°/ $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} \wedge (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{AB}$

$= \vec{O} + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \wedge \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MI} \wedge \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{MI} \wedge \overrightarrow{AB}$

(on a : $\overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{O}$ car I, A ,B sont alignés)